

SISTEMAS DE COMUNICACIONES DIGITALES

POP en Tecnologías Electrónicas y
de las Comunicaciones

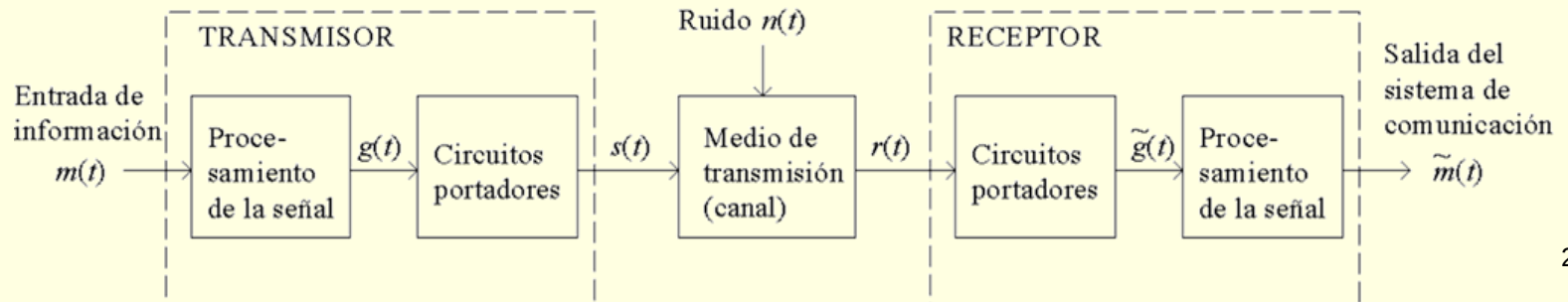
COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Representación de señales pasabanda

- Una señal *bandabase* es aquella que concentra sus frecuencias en torno a $f = 0$, mientras que una señal *pasabanda* es aquella que concentra sus frecuencias en torno a una frecuencia f_c , denominada *frecuencia de la portadora*.
- *Modulación* es el proceso de implantar la información original en una señal pasabanda con una frecuencia portadora f_c mediante la introducción de amplitud o fase. Esta señal pasabanda se llama señal *modulada* $s(t)$, y la señal original de bandabase se llama señal *moduladora* $m(t)$.
- Cualquier forma de onda pasabanda física puede representarse mediante:

$$v(t) = \text{Re}\{g(t)e^{j\omega_c t}\}$$

donde $g(t)$ es la *envolvente compleja* de $v(t)$ y f_c es la frecuencia de la portadora.



COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Representación de señales pasabanda

- Otras posibles representaciones de $v(t)$ son:

$$v(t) = R(t) \cos[\omega_c t + \theta(t)]$$

$$v(t) = x(t) \cos \omega_c t - y(t) \sin \omega_c t$$

donde

$$g(t) = x(t) + jy(t) = |g(t)|e^{j\angle g(t)} = R(t)e^{j\theta(t)}$$

$$x(t) = \operatorname{Re}\{g(t)\} = R(t) \cos \theta(t)$$

$$y(t) = \operatorname{Im}\{g(t)\} = R(t) \sin \theta(t)$$

$$R(t) = |g(t)| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$$

$$\theta(t) = \angle g(t) = \operatorname{arctg}\left(\frac{y(t)}{x(t)}\right)$$

- $g(t)$ es una función de $m(t)$: $g(t) = g[m(t)]$

COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Espectro y potencia de señales pasabanda

- El espectro de la señal pasabanda $v(t)$ viene dado por:

$$V(f) = \frac{1}{2} [G(f - f_c) + G^*(-f - f_c)]$$

y su densidad espectral de potencia es: $\mathcal{P}_v(f) = \frac{1}{4} [\mathcal{P}_g(f - f_c) + \mathcal{P}_g(-f - f_c)]$

donde $G(f) = \mathcal{F}[g(t)]$ y $\mathcal{P}_g(f)$ es la densidad espectral de potencia de $g(t)$. La *potencia promedio normalizada total* de una forma de onda pasabanda, $v(t)$, es

$$P_v = \langle v^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P}_v(f) df = R_v(0) = \frac{1}{2} \langle |g(t)|^2 \rangle$$

- La *potencia de envolvente pico* (PEP) es la potencia promedio que se obtendría si $|g(t)|$ se mantuviera siempre a su valor pico. La PEP normalizada viene dada por:

$$P_{\text{PEP}} = \frac{1}{2} [\max |g(t)|]^2$$

COMUNICACIÓN PASABANDA

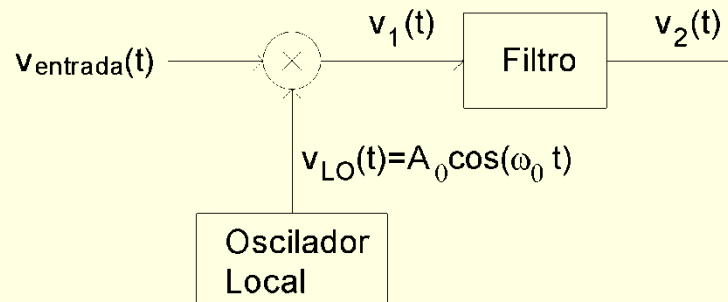
■ Mezcladores

- Un *mezclador ideal* es un circuito que funciona como multiplicador de señales. Supongamos que la señal de entrada es una señal pasabanda centrada en $f = f_c$:

$$v_{\text{entrada}}(t) = \text{Re}\{g_{\text{entrada}}(t)e^{j\omega_c t}\}$$

- La señal que sale del mezclador es:

$$\begin{aligned} v_1(t) &= \left[A_0 \text{Re}\{g_{\text{entrada}}(t)e^{j\omega_c t}\} \right] \cos \omega_0 t \\ &= \frac{A_0}{4} \left[g_{\text{entrada}}(t)e^{j\omega_c t} + g_{\text{entrada}}^*(t)e^{-j\omega_c t} \right] (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}) \\ &= \frac{A_0}{4} \left[g_{\text{entrada}}(t)e^{j(\omega_c + \omega_0)t} + g_{\text{entrada}}^*(t)e^{-j(\omega_c + \omega_0)t} + g_{\text{entrada}}(t)e^{j(\omega_c - \omega_0)t} + g_{\text{entrada}}^*(t)e^{-j(\omega_c - \omega_0)t} \right] \end{aligned}$$



COMUNICACIÓN PASABANDA

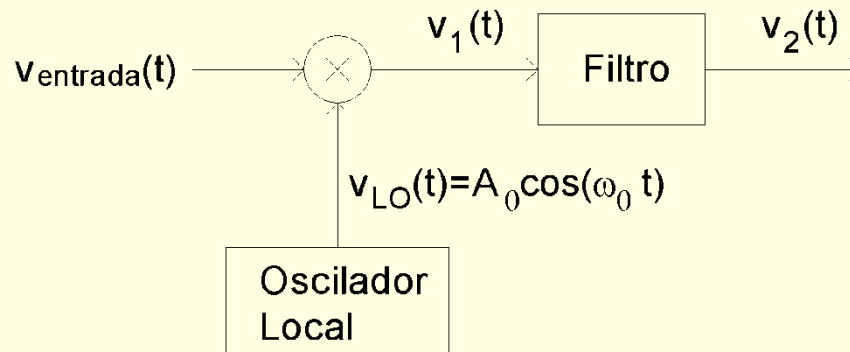
■ Mezcladores

- Y finalmente:

$$v_1(t) = \frac{A_0}{2} \operatorname{Re}\{g_{\text{entrada}}(t)e^{j(\omega_c + \omega_0)t}\} + \frac{A_0}{2} \operatorname{Re}\{g_{\text{entrada}}(t)e^{j(\omega_c - \omega_0)t}\}$$

Lo anterior muestra que la señal pasabanda con espectro cerca de $f = f_c$ se convirtió en dos señales pasabanda con espectros cerca de $f = f_c + f_0$ y $f = f_c - f_0$, esto es, conversión ascendente y descendente, respectivamente. El filtro pasabanda de la figura se utiliza para seleccionar la banda de interés.

- Cuando $f_c > f_0$, la modulación de la señal de entrada al mezclador se conserva en las señales convertidas ascendentes y descendentes, como se muestra en la expresión anterior.



COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Mezcladores

- Cuando $f_c < f_0$, se tendría para $v_1(t)$:

$$v_1(t) = \frac{A_0}{2} \operatorname{Re}\{g_{\text{entrada}}(t)e^{j(\omega_c+\omega_0)t}\} + \frac{A_0}{2} \operatorname{Re}\{g_{\text{entrada}}^*(t)e^{j(\omega_0-\omega_c)t}\}$$

Lo anterior implica que la envolvente de la señal de entrada se conjugó al convertirla descendentemente, lo que equivale a decir que las bandas laterales se intercambiaron; es decir, la banda superior del espectro de la señal de entrada se transforma en la banda lateral inferior de la señal de salida descendentemente convertida, y viceversa. Esto se puede comprobar examinando el espectro de $g^*(t)$:

$$\mathfrak{T}[g_{\text{entrada}}^*(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} g_{\text{entrada}}^*(t)e^{-j\omega t} dt = \left[\int_{-\infty}^{\infty} g_{\text{entrada}}(t)e^{-j(-\omega)t} dt \right]^* = G_{\text{entrada}}^*(-f)$$

La $-f$ indica que se intercambiaron las bandas superior e inferior, y el conjugado indica que el espectro de fase se invirtió.

COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Mezcladores

- En la práctica, los mezcladores se clasifican como *desbalanceados*, *balanceados simples* y *doblemente balanceados*. En general, la salida de los circuitos mezcladores es:

$$v_1(t) = C_1 v_{\text{entrada}}(t) + C_2 v_0(t) + C_3 v_{\text{entrada}}(t) v_0(t) + \text{otros términos}$$

- Si C_1 y C_2 no son cero, se tiene un mezclador desbalanceado puesto que $v_0(t)$ y $v_{\text{entrada}}(t)$ aparecen a la salida del mezclador. En un mezclador balanceado simple, C_1 o C_2 es cero, es decir, se genera alimentación a través de sólo una de sus entradas. En un mezclador doblemente balanceado, tanto C_1 como C_2 son cero.

COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Circuitos detectores

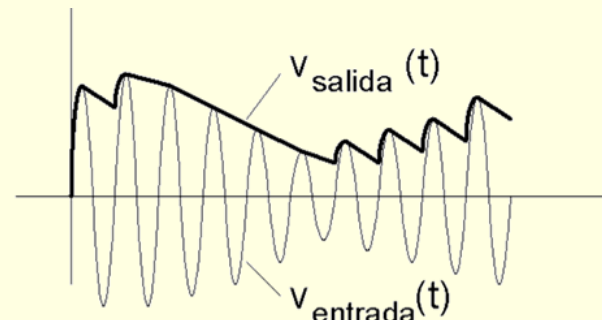
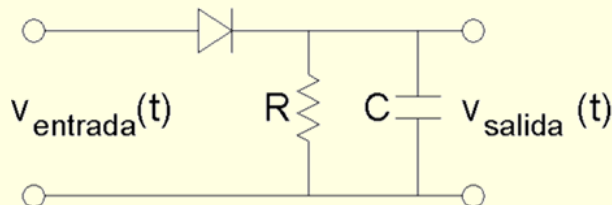
- **Detector de envolvente**

Un *detector de envolvente* es un circuito que produce una forma de onda a su salida que proporciona la envolvente real, $R(t)$, de su entrada.

$$v_{\text{salida}}(t) = KR(t)$$

- donde K es una constante de proporcionalidad. En la figura se muestra un circuito detector de envolvente. La constante RC se selecciona de forma que la frecuencia de corte sea muy superior al ancho de banda de la forma de onda moduladora, y bastante más pequeño que la frecuencia portadora:

$$B \ll \frac{1}{2\pi RC} \ll f_c$$



COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Circuitos detectores

- **Detector de producto**

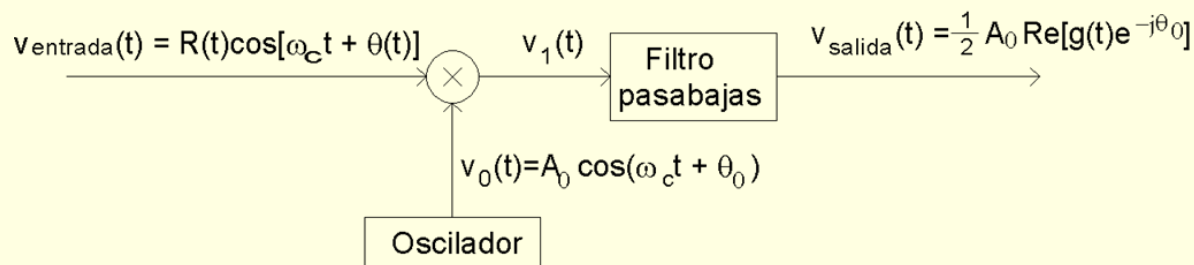
Un *detector de producto* es un circuito mezclador que convierte descendentemente la entrada en una bandabase. La salida del multiplicador es:

$$\begin{aligned} v_1(t) &= R(t) \cos[\omega_c t + \theta(t)] A_0 \cos(\omega_c t + \theta_0) \\ &= \frac{1}{2} A_0 R(t) \cos[\theta(t) - \theta_0] + \frac{1}{2} A_0 R(t) \cos[2\omega_c t + \theta(t) + \theta_0] \end{aligned}$$

donde la frecuencia del oscilador es f_c y la fase θ_0 . La salida del filtro pasabajas viene dada por

$$v_{\text{salida}}(t) = \frac{1}{2} A_0 R(t) \cos[\theta(t) - \theta_0] = \frac{1}{2} A_0 \operatorname{Re}[g(t)e^{-j\theta_0}]$$

donde: $g(t) = R(t)e^{j\theta(t)} = x(t) + jy(t)$



COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Circuitos detectores

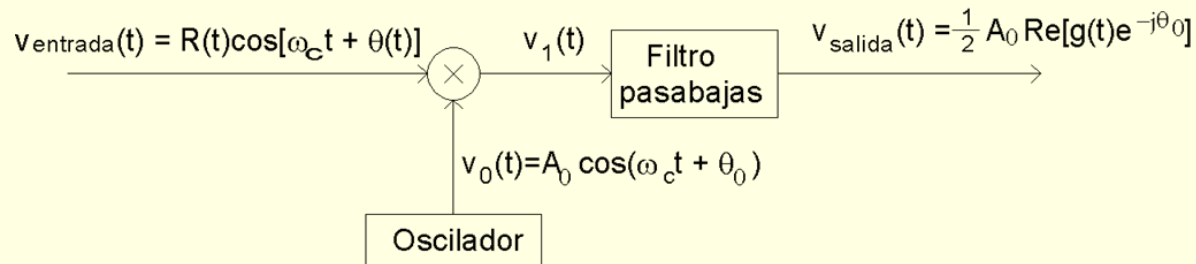
- **Detector de producto**

La frecuencia del oscilador es la misma que la frecuencia portadora de la entrada, por lo que se tiene que el oscilador está *sincronizado en frecuencia* con la señal de entrada. Además, si $\theta_0 = 0$, se dice que el oscilador está *sincronizado en fase* con la componente de fase de entrada. En ese caso la salida se vuelve:

$$v_{\text{salida}}(t) = \frac{1}{2} A_0 x(t)$$

y si $\theta_0 = 90^\circ$, entonces:

$$v_{\text{salida}}(t) = \frac{1}{2} A_0 y(t)$$



COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Circuitos detectores

- **Detector de producto**

Por ejemplo, si la entrada no contiene modulación de fase, $\theta(t)$, y si la referencia se hace cero ($\theta_0 = 0$), entonces

$$v_{\text{salida}}(t) = \frac{1}{2} A_0 R(t)$$

Si lo que tenemos es una señal modulada en fase $A_c \cos[\omega_c t + \theta(t)]$ y $\theta_0 = 90^\circ$, la salida es:

$$v_{\text{salida}}(t) = \frac{1}{2} A_0 \operatorname{Re}\{A_c e^{j[\theta(t)-90^\circ]}\} = \frac{1}{2} A_0 A_c \sin \theta(t)$$

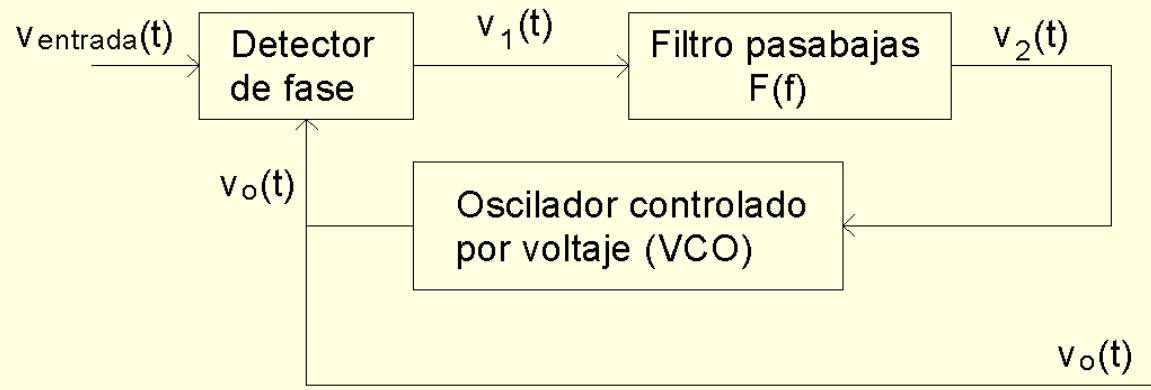
que en el caso de que $|\theta(t)| \ll \pi/2$, se tiene que $\sin \theta(t) \approx \theta(t)$ y

$$v_{\text{salida}}(t) \approx \frac{1}{2} A_0 A_c \theta(t)$$

con lo que se tiene un *detector de fase* con una característica lineal (para ángulos pequeños).

COMUNICACIÓN PASABANDA

- Bucle de enganche de fase (PLL, *Phase-Locked Loop*)
 - El bucle de enganche de fase (PLL, *Phase-Locked Loop*) está compuesto por tres circuitos básicos: un detector de fase (PD), un filtro pasabajas y un oscilador controlado de voltaje (VCO, *voltage controlled oscillator*). El VCO es un oscilador que produce una onda periódica cuya frecuencia puede variar en torno a una frecuencia estable f_0 , de acuerdo con el voltaje aplicado $v_2(t)$. La frecuencia estable, f_0 , es la frecuencia de la onda de salida del VCO cuando la tensión aplicada $v_2(t)$ es cero. El detector de fase produce una señal de salida $v_1(t)$ que es una función de la diferencia de fase entre la señal de entrada $v_{\text{entrada}}(t)$ y la señal de salida del VCO. El filtro pasabajas permite seleccionar el máximo cambio en la señal de salida del detector de fase que puede seguir.



COMUNICACIÓN PASABANDA

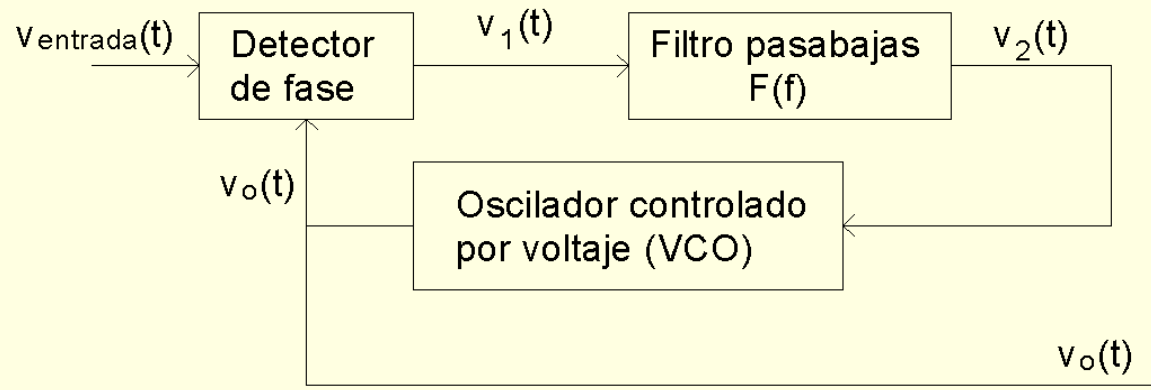
- Bucle de enganche de fase (PLL, *Phase-Locked Loop*)
 - Los PLL pueden ser tanto analógicos (APLL) como digitales (DPLL). En un APLL, el detector de fase está constituido por un multiplicador. Supóngase que la señal de entrada es

$$v_{\text{entrada}}(t) = A_i \text{sen}[\omega_0 t + \theta_i(t)]$$

y que la señal de salida del VCO es

$$v_o(t) = A_0 \cos[\omega_0 t + \theta_0(t)] \quad \theta_0(t) = K_v \int_{-\infty}^t v_2(\tau) d\tau$$

siendo K_v la constante de ganancia del VCO (rad/V·s).



COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Bucle de enganche de fase (PLL, *Phase-Locked Loop*)

- La salida del detector de fase es

$$\begin{aligned}v_1(t) &= K_m A_i A_0 \sin[\omega_0 t + \theta_i(t)] \cos[\omega_0 t + \theta_0(t)] \\&= \frac{K_m A_i A_0}{2} \sin[\theta_i(t) - \theta_0(t)] + \frac{K_m A_i A_0}{2} \sin[2\omega_0 t + \theta_i(t) + \theta_0(t)]\end{aligned}$$

donde K_m es la ganancia del circuito multiplicador. El término de frecuencia suma no pasa a través del LPF, de modo que la salida de éste es

$$v_2(t) = K_d [\sin \theta_e(t)] * f(t)$$

donde

$$\theta_e(t) = \theta_i(t) - \theta_0(t)$$

$$K_d = \frac{K_m A_i A_0}{2}$$

y $f(t)$ es la respuesta al impulso del filtro pasabajas. $\theta_e(t)$ se llama *error de fase*, K_d es la constante PD equivalente. La ecuación completa que describe el comportamiento de un PLL se obtiene de la derivada del error de fase:

$$\frac{d\theta_e(t)}{dt} = \frac{d\theta_i(t)}{dt} - K_d K_v \int_0^t [\sin \theta_e(\lambda)] f(t - \lambda) d\lambda$$

donde $\theta_e(t)$ es la incógnita y $\theta_i(t)$ es la función forzada.

COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Bucle de enganche de fase (PLL, *Phase-Locked Loop*)

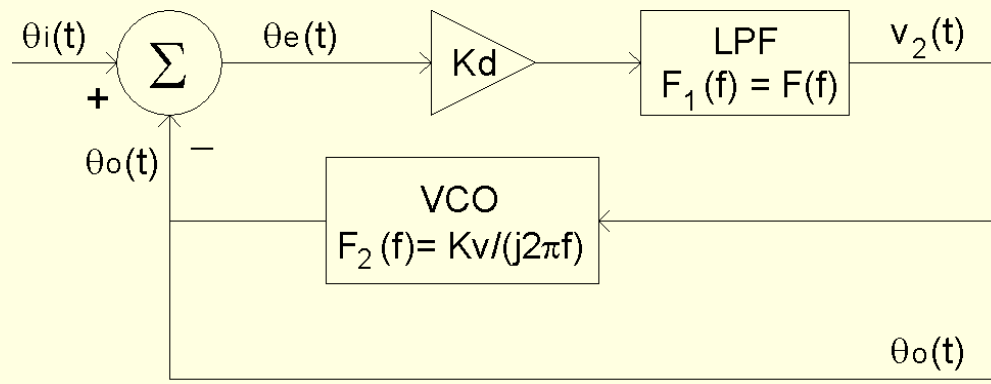
- La ecuación anterior es difícil de resolver. Ahora bien, se reduce a una ecuación lineal si K_d es grande, de modo que $\theta_e(t)$ es pequeño. En ese caso, $\sin \theta_e(t) \approx \theta_e(t)$, y la ecuación resultante es

$$\frac{d\theta_e(t)}{dt} = \frac{d\theta_i(t)}{dt} - K_d K_v \theta_e(t) * f(t)$$

- La función de transferencia del circuito es

$$H(f) = \frac{\Theta_o(f)}{\Theta_i(f)} = \frac{K_d K_v F(f)}{j2\pi f + K_d K_v F(f)}$$

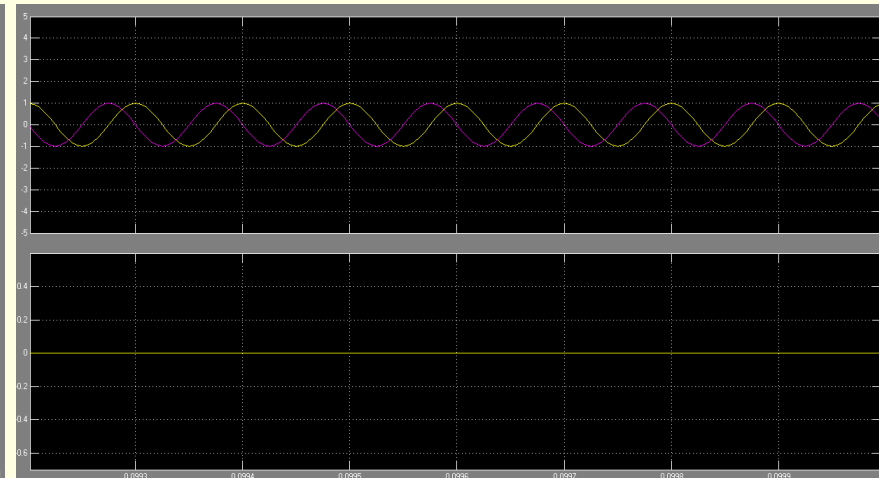
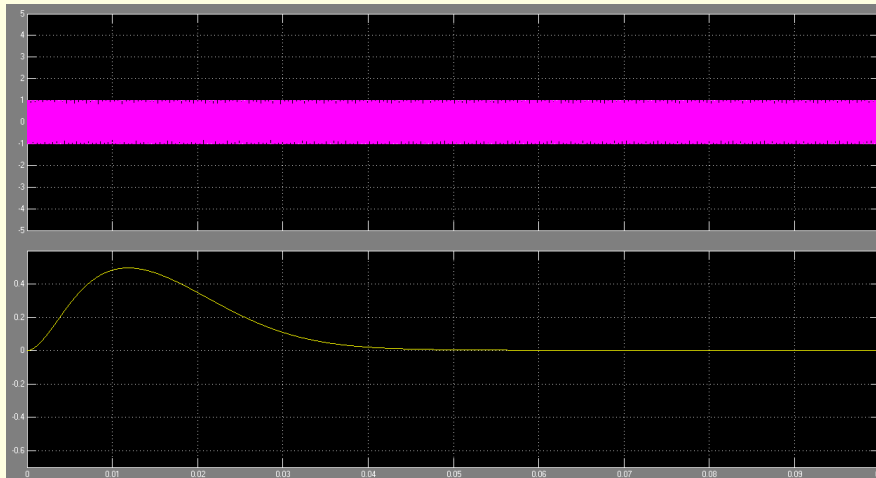
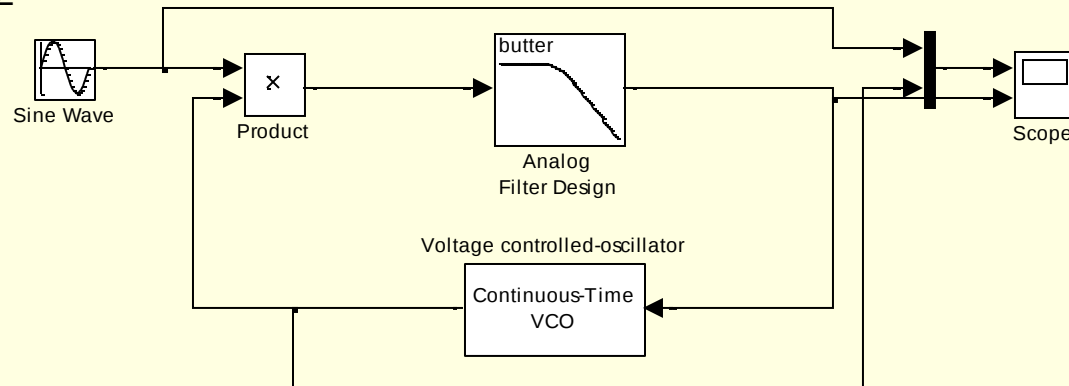
donde $\Theta_o(f) = \mathcal{F}[\theta_o(t)]$ y $\Theta_i(f) = \mathcal{F}[\theta_i(t)]$.



COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Bucle de enganche de fase (PLL, *Phase-Locked Loop*)

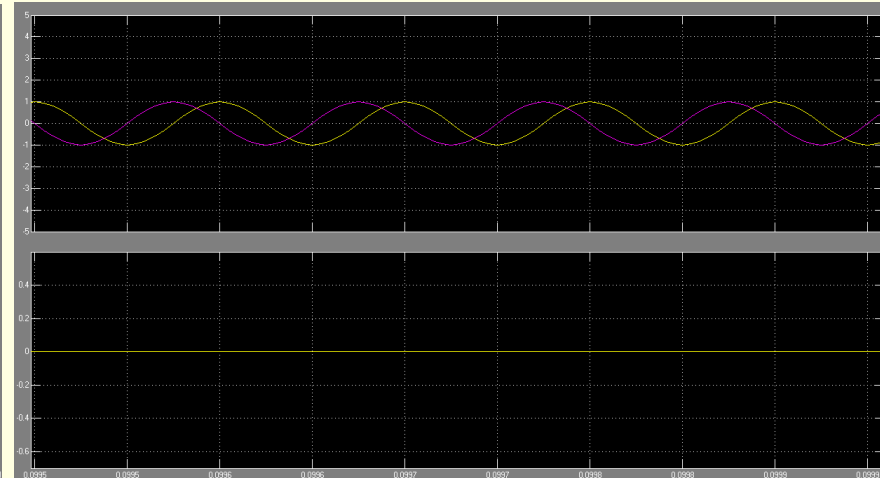
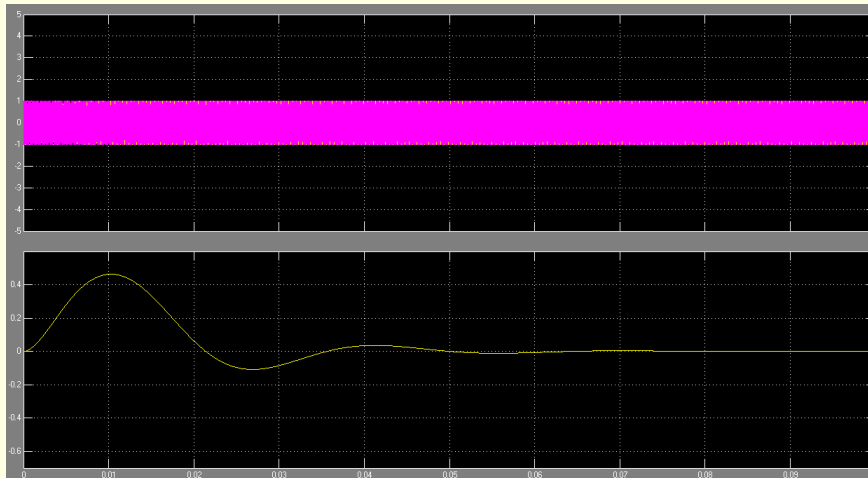
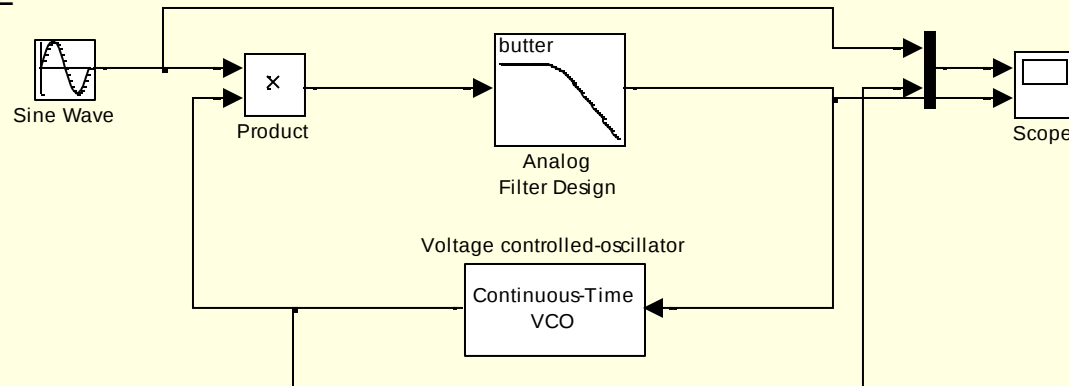
Ej. PLL con $K_v = 25 \text{ Hz/V}$ y frecuencia de corte del filtro de $f_{\text{corte}} = 50 \text{ Hz}$. Prueba para $f_0 = 10 \text{ kHz}$



COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Bucle de enganche de fase (PLL, *Phase-Locked Loop*)

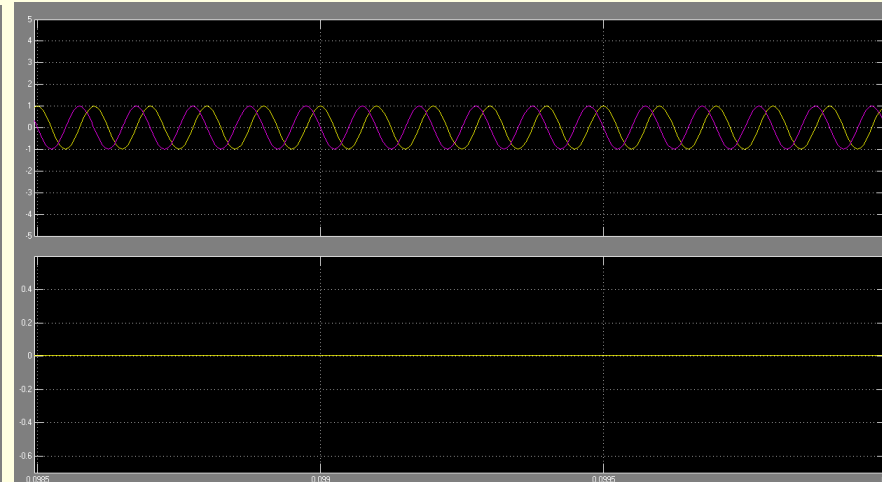
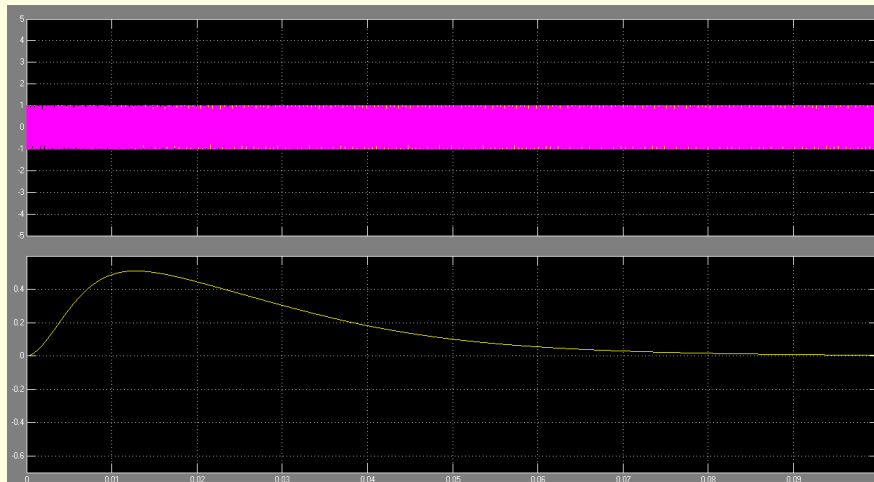
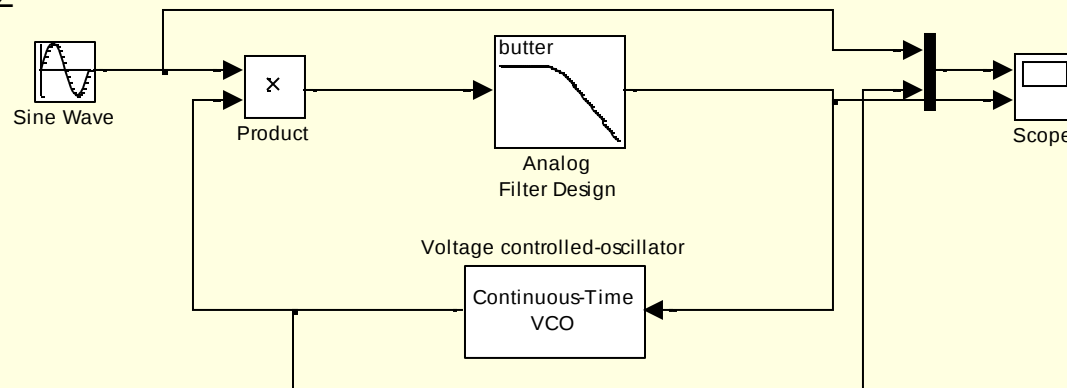
Ej. Prueba para $K_v = 50 \text{ Hz/V}$ para la misma frecuencia de la señal de entrada de $f_0 = 10 \text{ kHz}$



COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Bucle de enganche de fase (PLL, *Phase-Locked Loop*)

Ej. Prueba para $K_v = 15 \text{ Hz/V}$ para la misma frecuencia de la señal de entrada de $f_0 = 10 \text{ kHz}$



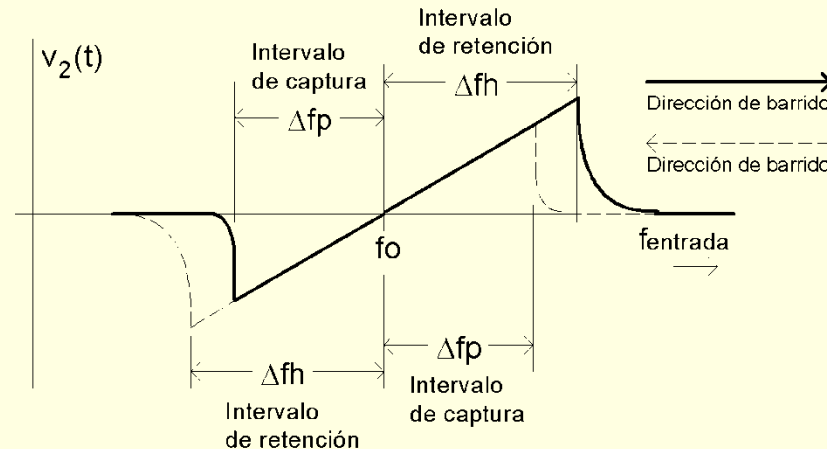
COMUNICACIÓN PASABANDA

- Bucle de enganche de fase (PLL, *Phase-Locked Loop*)
 - El intervalo de retención (margen de frecuencias que puede seguir el PLL una vez ha sido cerrado) puede obtenerse examinando el comportamiento lineal del PLL. La desviación de la frecuencia instantánea del VCO con respecto a ω_0 es

$$\frac{d\theta_0(t)}{dt} = K_v v_2(t) = K_d K_v [\text{sen } \theta_e(t)] * f(t)$$

- Para obtener el intervalo de retención, la frecuencia de entrada se cambia muy lentamente a partir de f_0 . En ese caso, la ganancia del filtro es el parámetro de DC, y la expresión anterior se vuelve

$$\Delta\omega = K_d K_v F(0) \text{sen } \theta_e$$



COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Bucle de enganche de fase (PLL, *Phase-Locked Loop*)

- Los valores máximo y mínimo de $\Delta\omega$ dan el intervalo de retención, y se obtienen cuando $\sin \theta_e = \pm 1$. Así, el intervalo de retención máximo es

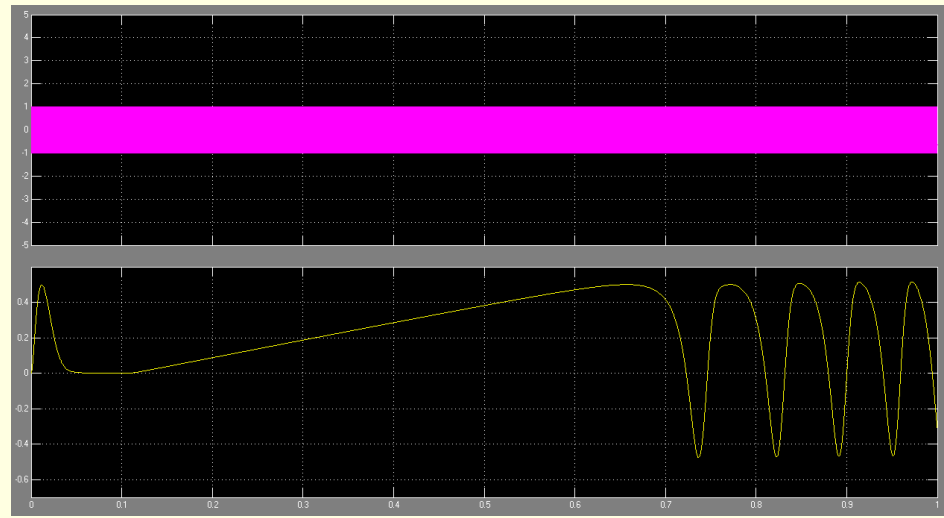
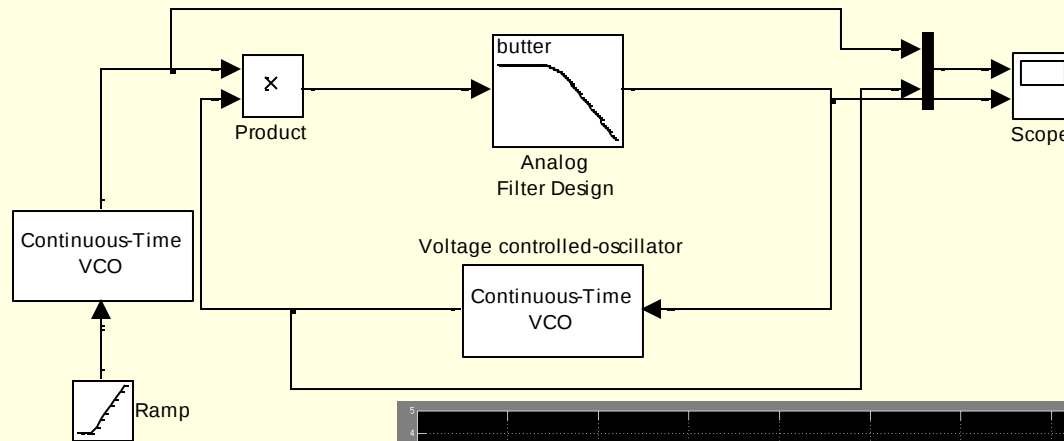
$$\Delta f_h = \frac{1}{2\pi} K_d K_v F(0)$$

- El intervalo de captura lo determinan las características del filtro. Supóngase que el circuito no se ha cerrado y que la señal de prueba se barre lentamente hacia f_0 . A la salida del detector de fase se tendrá una señal de batido (oscilatoria), y la frecuencia $|f_{\text{entrada}} - f_0|$ variará desde un valor grande a uno pequeño conforme se barre la señal hacia f_0 . A medida que la frecuencia de la señal de prueba se acerca a f_0 , la forma de onda de la señal de batido se vuelve no simétrica, produciendo un valor de DC no cero. Este valor tiende a cambiar la frecuencia del VCO al de la señal de entrada, de modo que el circuito tiende a cerrarse. El intervalo de captura depende de cómo el filtro procesa la señal de salida del PD para producir la señal de control del VCO. Además, incluso cuando se encuentra dentro del intervalo de captura, el PLL puede tardar un tiempo en cerrarse, puesto que el LPF actúa como un integrador y se requiere algo de tiempo para que el voltaje de control alcance el valor suficiente para que se produzca el cierre.

COMUNICACIÓN PASABANDA

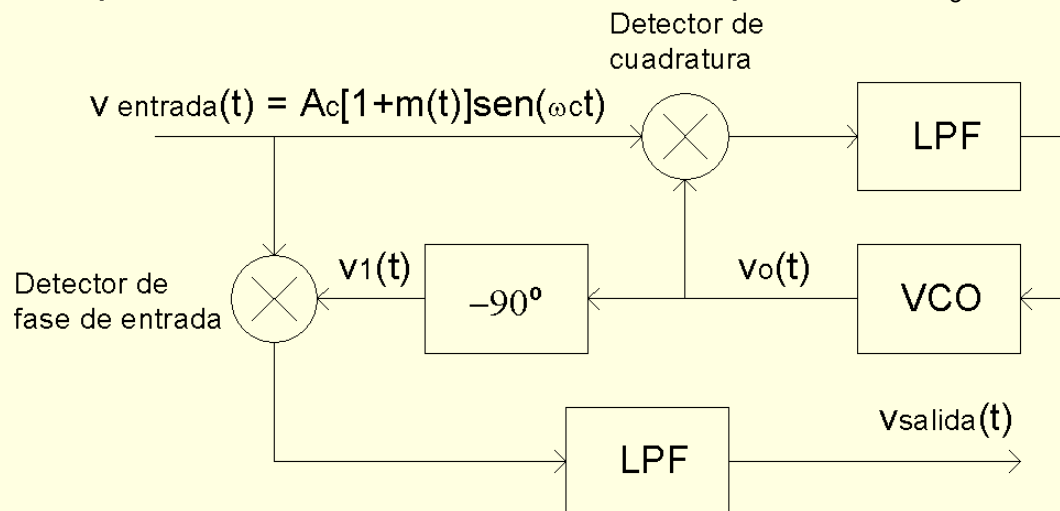
■ Bucle de enganche de fase (PLL, *Phase-Locked Loop*)

Ej. Prueba para $K_v = 25 \text{ Hz/V}$ para una señal de entrada con frecuencia inicial de $f_0 = 10 \text{ kHz}$ y luego variación creciente a partir de 100 ms, a razón de 25 Hz/s.



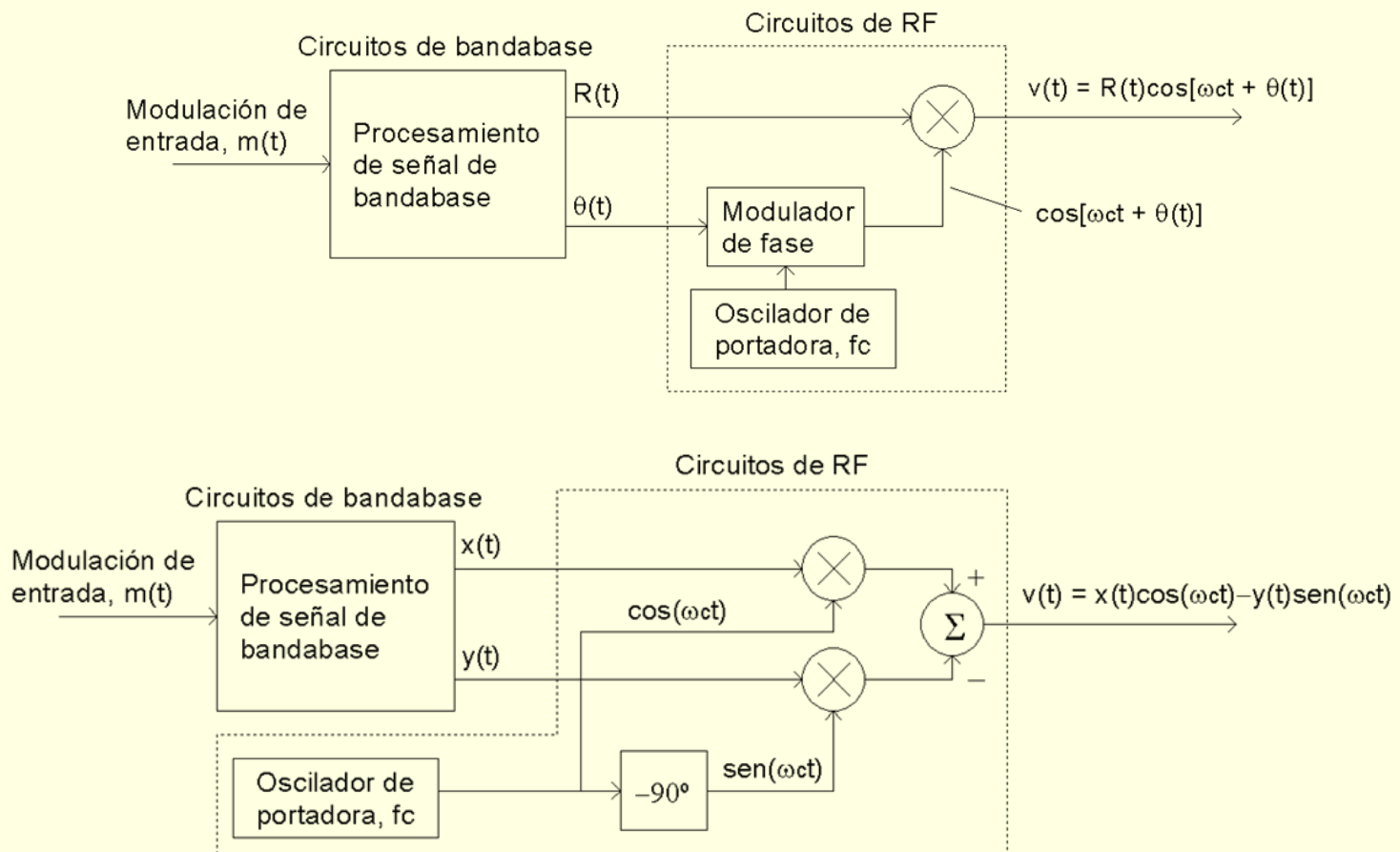
COMUNICACIÓN PASABANDA

- Bucle de enganche de fase (PLL, *Phase-Locked Loop*)
 - Los PLL pueden utilizarse para detección de FM, generación de señales de FM, detección coherente de AM, multiplicación de frecuencia, etc. En la aplicación como detector coherente de AM, el PLL se utiliza para generar la señal del oscilador coherente para la detección de producto de una señal de AM. Dado que, según vimos al principio, el VCO del PLL se cierra a 90° fuera de fase con respecto a la señal de entrada, es necesario desplazarla -90° para que quede en fase con la portadora de la señal de AM. El ancho de banda del LPF tiene que ser lo suficientemente amplio para producir el intervalo de captura necesario para que el VCO pueda cerrarse con la frecuencia portadora, f_c .



COMUNICACIÓN PASABANDA

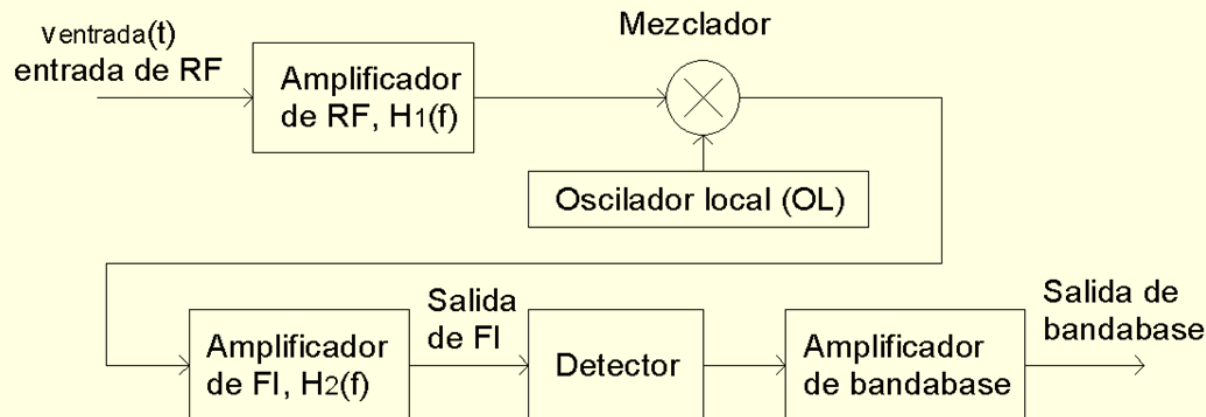
■ Transmisores generalizados



COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Receptor superheterodino

- Existen dos clases principales de receptores: el receptor de *radiofrecuencia sintonizado* (TRF, *tuned radio frequency receiver*) y el *receptor superheterodino*. El primero consiste en una serie de etapas sintonizadas a la frecuencia portadora, seguidos de un circuito detector adecuado. Sin embargo, la mayoría de los receptores utilizan la técnica receptora *superheterodina*.
- Esta técnica consiste en reducir o elevar la frecuencia de la señal de entrada a una banda conveniente, llamada *frecuencia intermedia* (FI), y luego extraer la información (modulación) por medio de un detector apropiado.



COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Receptor superheterodino

- La *respuesta imagen* es la recepción de señal indeseable localizada en la frecuencia imagen debido a una insuficiente atenuación de la señal imagen por parte del filtro amplificador de RF. Consideremos el caso de convertidores descendentes ($f_{FI} = |f_c - f_{OL}|$). La frecuencia imagen es

$$f_{\text{imagen}} = \begin{cases} f_c + 2f_{FI}, & f_{OL} > f_c \\ f_c - 2f_{FI}, & f_{OL} < f_c \end{cases}$$

donde f_c es la frecuencia de la señal de RF deseada, f_{FI} es la frecuencia intermedia y f_{OL} es la frecuencia del oscilador local. Para los convertidores ascendentes ($f_{FI} = f_c + f_{OL}$), la frecuencia imagen es

$$f_{\text{imagen}} = f_c + 2f_{OL}$$

COMUNICACIÓN PASABANDA

■ Receptor superheterodino

- Como se puede observar en la figura, la respuesta imagen en general se reduce si se aumenta la frecuencia intermedia, puesto que f_{imagen} ocurre muy lejos del lóbulo principal de la característica del filtro, $|H_1(f)|$.

